

Начальные сведения о синтаксическом исчислении Ламбека

М. Р. Пентус, 27.11.2004

Определение 1.

$$\mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \Rightarrow \{x \circ y \mid x \in \mathcal{A}, y \in \mathcal{B}\}$$

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} \Rightarrow \{y \in \Sigma^+ \mid \mathcal{A} \cdot \{y\} \subseteq \mathcal{B}\}$$

$$\mathcal{B} / \mathcal{A} \Rightarrow \{x \in \Sigma^+ \mid \{x\} \cdot \mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}\}$$

Пример 2. $\Sigma = \{\text{John, Mary, runs, student, a, the}\}$,

$$L_n = \{\text{student}\},$$

$$L_{np} = \{\text{John, Mary, a student, the student}\},$$

$$L_s = \{\text{John runs, Mary runs, a student runs, the student runs}\}.$$

$$L_{np} \setminus L_s = \{\text{runs}\}, L_n \setminus L_s = \emptyset, L_{np} / L_n = \{\text{a, the}\}, (L_{np} / L_n) \setminus L_s = \{\text{student runs}\}.$$

Лемма 3.

$$\mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \subseteq \mathcal{C} \Leftrightarrow \mathcal{A} \subseteq \mathcal{C} / \mathcal{B} \Leftrightarrow \mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \setminus \mathcal{C}.$$

Определение 4 (аксиомы и правила исчисления L_H).

$$A \rightarrow A \quad (A \cdot B) \cdot C \rightarrow A \cdot (B \cdot C) \quad A \cdot (B \cdot C) \rightarrow (A \cdot B) \cdot C$$

$$\frac{A \rightarrow B \quad B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

$$\frac{A \cdot B \rightarrow C}{A \rightarrow C / B}$$

$$\frac{A \cdot B \rightarrow C}{B \rightarrow A \setminus C}$$

$$\frac{A \rightarrow C / B}{A \cdot B \rightarrow C}$$

$$\frac{B \rightarrow A \setminus C}{A \cdot B \rightarrow C}$$

Пример 5.

$$\frac{p_1 \setminus p_2 \rightarrow p_1 \setminus p_2}{p_1 \cdot (p_1 \setminus p_2) \rightarrow p_2}$$

Пример 6.

$$\frac{\frac{E/F \rightarrow E/F}{(E/F) \cdot F \rightarrow E} \quad \frac{D \cdot E \rightarrow D \cdot E}{E \rightarrow D \setminus (D \cdot E)}}{(E/F) \cdot F \rightarrow D \setminus (D \cdot E)} \quad \frac{(D \cdot (E/F)) \cdot F \rightarrow D \cdot ((E/F) \cdot F)}{D \cdot ((E/F) \cdot F) \rightarrow D \cdot E}}{(D \cdot (E/F)) \cdot F \rightarrow D \cdot E} \quad \frac{D \cdot ((E/F) \cdot F) \rightarrow D \cdot E}{D \cdot (E/F) \rightarrow (D \cdot E) / F}$$

Пример 7.

$$\begin{aligned} f(\text{John}) &= f(\text{Val}) = \{np\} \\ f(\text{succeeds}) &= f(\text{exists}) = \{np \setminus s\} \\ f(\text{helps}) &= f(\text{recommends}) = \{(np \setminus s) / np\} \\ f(\text{student}) &= f(\text{professor}) = f(\text{club}) = \{n\} \\ f(\text{a}) &= f(\text{the}) = f(\text{every}) = \{np / n\} \\ f(\text{this}) &= \{np / n, np\} \\ f(\text{strange}) &= \{n / n\} \\ f(\text{whenever}) &= \{(s \setminus s) / s\} \\ f(\text{whom}) &= \{(n \setminus n) / (s / np)\} \\ f(\text{relatively}) &= \{(n / n) / (n / n)\} \\ f(\text{everywhere}) &= \{(np \setminus s) \setminus (np \setminus s)\} \\ f(\text{or}) &= \{np \setminus (np / np), \\ &\quad s \setminus (s / s), \\ &\quad (np \setminus s) \setminus ((np \setminus s) / (np \setminus s))\} \end{aligned}$$

Пример 8.

$$(A \setminus B) / C \stackrel{L_H}{\leftrightarrow} A \setminus (B / C) \quad (1)$$

$$A / (B \cdot C) \stackrel{L_H}{\leftrightarrow} (A / C) / B \quad (2)$$

$$A \cdot (A \setminus (A \cdot B)) \stackrel{L_H}{\leftrightarrow} A \cdot B \quad (3)$$

$$A \setminus (A \cdot (A \setminus B)) \stackrel{L_H}{\leftrightarrow} A \setminus B \quad (4)$$

$$L_H \vdash ((B/A) \setminus C) \setminus D \rightarrow (B \setminus C) \setminus (A \setminus D) \quad (5)$$

$$L_H \not\vdash ((A \setminus B) \setminus C) \setminus D \rightarrow C \setminus ((B \setminus A) \setminus D) \quad (6)$$

Определение 9 (аксиомы и правила исчисления L).

$$A \rightarrow A \quad \frac{\Phi \rightarrow B \quad \Gamma B \Delta \rightarrow A}{\Gamma \Phi \Delta \rightarrow A} \text{ (cut)}$$

$$\frac{A \Pi \rightarrow B}{\Pi \rightarrow A \setminus B} (\rightarrow \setminus) \text{ (если } \Pi \text{ непуста)} \quad \frac{\Phi \rightarrow A \quad \Gamma B \Delta \rightarrow C}{\Gamma \Phi (A \setminus B) \Delta \rightarrow C} (\setminus \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi A \rightarrow B}{\Pi \rightarrow B / A} (\rightarrow /) \text{ (если } \Pi \text{ непуста)} \quad \frac{\Phi \rightarrow A \quad \Gamma B \Delta \rightarrow C}{\Gamma (B / A) \Phi \Delta \rightarrow C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{\Gamma \rightarrow A \quad \Delta \rightarrow B}{\Gamma \Delta \rightarrow A \cdot B} (\rightarrow \cdot) \quad \frac{\Gamma A B \Delta \rightarrow C}{\Gamma (A \cdot B) \Delta \rightarrow C} (\cdot \rightarrow)$$

Пример 10.

$$\frac{D \rightarrow D \quad \frac{F \rightarrow F \quad E \rightarrow E}{(E/F) F \rightarrow E} (/ \rightarrow)}{D (E/F) F \rightarrow (D \cdot E)} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{D (E/F) F \rightarrow (D \cdot E)}{D (E/F) \rightarrow (D \cdot E) / F} (\rightarrow /)$$

$$\frac{D (E/F) \rightarrow (D \cdot E) / F}{D \cdot (E/F) \rightarrow (D \cdot E) / F} (\cdot \rightarrow)$$

Пример 11.

$$\frac{(np \setminus s) \rightarrow (np \setminus s) \quad \frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np (np \setminus s) \rightarrow s} (\setminus \rightarrow)}{np (np \setminus s) ((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) \rightarrow s} (\setminus \rightarrow)$$

Mary smiles charmingly

Пример 12.

$$\frac{np \rightarrow np \quad \frac{(np \setminus s) \rightarrow (np \setminus s) \quad s \rightarrow s}{(s / (np \setminus s)) (np \setminus s) \rightarrow s} (/ \rightarrow)}{(s / (np \setminus s)) ((np \setminus s) / np) np \rightarrow s} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{(s / (np \setminus s)) ((np \setminus s) / np) np \rightarrow s}{(s / (np \setminus s)) ((np \setminus s) / np) \rightarrow (s / np)} (\rightarrow /)$$

$$\frac{(s / (np \setminus s)) ((np \setminus s) / np) \rightarrow (s / np) \quad s \rightarrow s}{(s / (np \setminus s)) ((np \setminus s) / np) ((s / np) \setminus s) \rightarrow s} (\setminus \rightarrow)$$

She recommends him